



ສາທາລະນະລັດ ປະຊາທິປະໄຕ ປະຊາຊົນລາວ

ສັນຕິພາບ ເອກະລາດ ປະຊາທິປະໄຕ ເອກະພາບ ວັດທະນະຖາວອນ

ກະຊວງສຶກສາທິການ ແລະ ກິລາ
ກົມສາມັນສຶກສາ

ທົວບົດສອບເສັງແຂ່ງຂັນນັກຮຽນເກັ່ງ ຊັ້ນມັດທະຍົມສຶກສາຕອນຕົ້ນ
ລະດັບຊາດ ປະຈຳສົກຮຽນ 2017-2018

ວິຊາ ຄະນິດສາດ ເວລາ: 120 ນາທີ

- ຈົ່ງຄັດຈອນ: $A = \frac{\sqrt{15-10\sqrt{2}} + \sqrt{13+4\sqrt{10}} - \sqrt{11-2\sqrt{10}}}{2\sqrt{3+2\sqrt{2}} + \sqrt{9-4\sqrt{2}} + \sqrt{12+8\sqrt{2}}}$
- ຈົ່ງຊອກຫາຄ່າຂອງ n ເຊິ່ງວ່າ: $(10^{11} + 25)^2 - (10^{11} - 25)^2 = 10^n$
- ຈົ່ງແກ້ລະບົບສົມຜົນ: $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 3x^2 - 2y^2 = 25 \end{cases}$
- ຈົ່ງແຍກສ່ວນວນ: $E(x) = 4x^4 + 1$ ອອກເປັນສ່ວນຄູນ.
- ຈົ່ງຊອກຫາສອງຈຳນວນຈິງເຊິ່ງເປັນອັດຕາສ່ວນພົວພັນກັບ 2 ແລະ 3 ເຊິ່ງວ່າຜົນບວກຂອງພວກມັນເທົ່າກັບ 40
- ໃນການແຂ່ງຂັນລົດຈັກຄັ້ງໜຶ່ງ, ນັກກິລາສາມຄົນອອກພ້ອມກັນ. ໃນແຕ່ລະຊົ່ວໂມງນັກກິລາຄົນທີສອງແລ່ນຊ້າກວ່າຄົນທີໜຶ່ງ 15km ແລະ ໂວກວ່າຄົນທີສາມ 3km. ສະນັ້ນ, ຄົນທີສອງຈຶ່ງຮອດຫຼັກໄຊຊ້າກວ່າຄົນທີໜຶ່ງ 12 ນາທີ ແລະ ຮອດໂວກວ່າຄົນທີສາມ 3 ນາທີ. ຈົ່ງຄິດໄລ່ຄວາມໄວຂອງນັກກິລາທັງສາມ.
- ໃຫ້ h_a, h_b ແລະ h_c ແມ່ນລວງສູງທີ່ຂີດຈາກຈອມ A, B ແລະ C ຂອງຮູບສາມແຈ ABC ຕາມລຳດັບ ແລະ r ແມ່ນລັດສະໝີຂອງວົງມົນຕິດໃນຮູບສາມແຈດັ່ງກ່າວ.
ຈົ່ງພິສູດວ່າ $\frac{1}{r} = \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}$
- ໃນຮູບສາມແຈສາກ ABC ສາກຢູ່ B ເມັດ D, E ແລະ F ບັນຈຸຢູ່ຂ້າງ AB, AC ແລະ BC ຕາມລຳດັບ ເຊິ່ງວ່າ: $AD = AE$ ແລະ $CF = CE$. ຈົ່ງຊອກຫາ ຄ່າວັດແທກຂອງມຸມ \widehat{DEF}

ຄະນະກຳມະການອອກທົວບົດ



ສາທາລະນະລັດ ປະຊາທິປະໄຕ ປະຊາຊົນລາວ
ສັນຕິພາບ ເອກະລາດ ປະຊາທິປະໄຕ ເອກະພາບ ວັດທະນະຖາວອນ

ກະຊວງສຶກສາທິການ ແລະ ກິລາ

ກົມສຳນັກສຶກສາ

ຂະໜານຕອບທົວບົດສອບເສັງແຂ່ງຂັນນັກຮຽນເກັ່ງຊັ້ນມັດທະຍົມສຶກສາຕອນຕົ້ນ

ລະດັບຊາດປະຈຳສົກຮຽນ 2017-2018

ວິຊາ ຄະນິດສາດ ເວລາ: 120 ນາທີ

ຂໍ້	ຄຳຕອບ
1	ຈົ່ງຄັດຈັອນ $A = \frac{\sqrt{15-10\sqrt{2}} + \sqrt{13+4\sqrt{10}} - \sqrt{11-2\sqrt{10}}}{2\sqrt{3+2\sqrt{2}} + \sqrt{9-4\sqrt{2}} + \sqrt{12+8\sqrt{2}}}$
	$A = \frac{\sqrt{15-10\sqrt{2}} + \sqrt{13+4\sqrt{10}} - \sqrt{11-2\sqrt{10}}}{2\sqrt{3+2\sqrt{2}} + \sqrt{9-4\sqrt{2}} + \sqrt{12+8\sqrt{2}}}$ $= \frac{\sqrt{15-2\sqrt{50}} + \sqrt{13+2\sqrt{40}} - \sqrt{11-2\sqrt{10}}}{\sqrt{12+8\sqrt{2}} + \sqrt{9-2\sqrt{8}} + \sqrt{12+8\sqrt{2}}}$ $= \frac{\sqrt{10-2\sqrt{50}+5} + \sqrt{8+2\sqrt{40}+5} - \sqrt{10-2\sqrt{10}+1}}{\sqrt{12+8\sqrt{2}} + \sqrt{9-2\sqrt{8}} + \sqrt{12+4\sqrt{8}}}$ $= \frac{\sqrt{(\sqrt{10}-\sqrt{5})^2} + \sqrt{(\sqrt{8}+\sqrt{5})^2} - \sqrt{(\sqrt{10}-1)^2}}{2\sqrt{(\sqrt{10}+2)^2} + \sqrt{(\sqrt{8}-1)^2}}$ $= \frac{\sqrt{10}-\sqrt{5}+\sqrt{8}+\sqrt{5}-\sqrt{10}+1}{2(\sqrt{8}+2)+\sqrt{8}-1} = \frac{2\sqrt{2}+1}{3(2\sqrt{2}+1)} = \frac{1}{3}$
2	ຈົ່ງຊອກຫາຄ່າຂອງ n ເຊິ່ງວ່າ: $(10^{12}+25)^2 - (10^{12}-25)^2 = 10^n$
	$10^n = (10^{12}+25)^2 - (10^{12}-25)^2 = [(10^{12}+25) - (10^{12}-25)][(10^{12}+25) + (10^{12}-25)]$ $50(2 \cdot 10^{12}) = 100 \cdot 10^{12} = 10^{14} \Rightarrow n = 14$
3	ຈົ່ງແກ້ລະບົບສົມຜົນ: $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 3x^2 - 2y^2 = 25 \end{cases}$
	<p>ຈາກ (1) ຖອນໄດ້: $y = \frac{7-3x}{2}$ (3)</p> <p>ເອົາ y ແທນໃສ່ (2) ໄດ້: $3x^2 - \left(\frac{7-3x}{2}\right)^2 = 25$</p>

	$\Leftrightarrow 3x^2 - 2\left(\frac{49 - 42x + 9x^2}{4}\right) = 25$ $\Leftrightarrow 6x^2 - (49 - 42x + 9x^2) = 50$ $\Leftrightarrow 6x^2 + 42x - 9x^2 = 50 + 49$ $\Leftrightarrow 3x^2 - 42x + 99 = 0$ $\Leftrightarrow x^2 - 14x + 33 = 0$ $\Leftrightarrow (x - 11)(x - 3) = 0$ $x_1 = 11; x_2 = 3$ <p>ເອົາຄ່າຂອງ x ແທນໃສ່ (3) ໄດ້ :</p> $y_1 = \frac{7 - 3(11)}{2} = -13 \text{ ແລະ } y_2 = \frac{7 - 3(3)}{2} = -1$
4	ຈົ່ງແຍກສ່ວນວນ $E(x) = 4x^4 + 1$ ອອກເປັນສ່ວນຄູນ
	$4x^4 + 1 = 4x^4 + 4x^2 + 1 - 4x^2$ $= (2x^2)^2 + 2 \times 2x^2 + 1 - 4x^2$ $= (2x^2 + 1)^2 - (2x)^2$ $= (2x^2 + 1 + 2x)(2x^2 + 1 - 2x)$ $= (2x^2 + 2x + 1)(2x^2 - 2x + 1)$ <p>ດັ່ງນັ້ນ: $4x^4 + 1 = (2x^2 + 2x + 1)(2x^2 - 2x + 1)$</p>
5	ຈົ່ງຊອກສອງຈຳນວນຈິງເຊິ່ງເປັນອັດຕາສ່ວນພົວພັນກັບ 2 ແລະ 3 ເຊິ່ງວ່າຜົນບວກຂອງພວກມັນເທົ່າກັບ 40
	<p>ຈາກ $x + y = 40$</p> <p>ເອົາໄດ້: $2t + 3t = 40 \Rightarrow t = 8$</p> <p>ດັ່ງນັ້ນ: $\begin{cases} x = 2 \times 8 = 16 \\ y = 3 \times 8 = 24 \end{cases}$</p>
6	ໃນການແຂ່ງຂັນລົດຈັກຄັ້ງໜຶ່ງ, ນັກກິລາສາມຄົນອອກພ້ອມກັນ. ໃນແຕ່ລະຊົ່ວໂມງນັກກິລາຄົນທີສອງແລ່ນຊ້າກວ່າຄົນທີໜຶ່ງ 15 km/h ແລະ ໂວກວ່າຄົນທີສາມ 3 km . ສະນັ້ນ, ຄົນທີສອງຈຶ່ງຮອດຫຼັກໄຊຊ້າກວ່າຄົນທີໜຶ່ງ 12 ນາທີ ແລະ ຮອດໂວກວ່າຄົນທີສາມ 3 ນາທີ. ຈົ່ງຄິດໄລ່ຄວາມໄວຂອງນັກກິລາທັງສາມ.
	<p>ວາງ: $x(\text{km/h})$ ເປັນຄວາມໄວຂອງລົດຂອງນັກກິລາຄົນທີສອງ ແລະ $y(\text{km})$ ເປັນລວງຍາວຂອງໄລຍະທາງການແຂ່ງຂັນ. ໃນເງື່ອນໄຂ: $x \geq 0; y > 0$</p> <p>ເອົາມີ $x + 15(\text{km/h})$ ແມ່ນຄວາມໄວຂອງລົດຂອງນັກກິລາຄົນທີໜຶ່ງ ແລະ $x - 3(\text{km/h})$ ແມ່ນຄວາມໄວຂອງລົດຂອງນັກກິລາຄົນທີສາມ</p>

$$12mn = \frac{1}{5}h ; 3mn = \frac{1}{20}h$$

ຕາມບົດເລກມີລະບົບສົມຜົນ:
$$\begin{cases} \frac{y}{x} - \frac{y}{x+15} = \frac{1}{5} \\ \frac{y}{x-3} - \frac{y}{x} = \frac{1}{20} \end{cases}$$

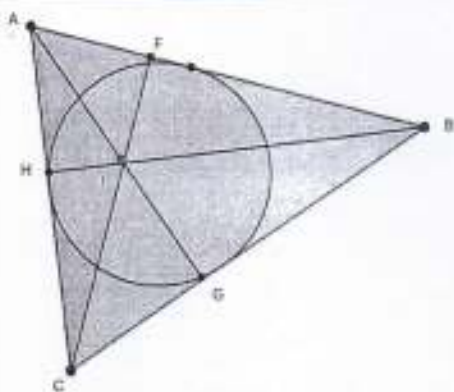
ແກ້ລະບົບສົມຜົນ:
$$\begin{cases} \frac{y}{x} - \frac{y}{x+15} = \frac{1}{5} \\ \frac{y}{x-3} - \frac{y}{x} = \frac{1}{20} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y(x+15) - 5xy = x(x+15) \\ 20xy + 20(x-3)y = x(x-3) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 75y = x^2 + 15x \\ 60y = x^2 + 3x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 75 \\ y = 90 \end{cases}$$

ສະນັ້ນ:

- ຄວາມໄວຂອງລົດຂອງນັກກິລາຄົນທີໜຶ່ງແມ່ນ: 90km / h
- ຄວາມໄວຂອງລົດຂອງນັກກິລາຄົນທີສອງແມ່ນ: 75km / h
- ຄວາມໄວຂອງລົດຂອງນັກກິລາຄົນທີສາມແມ່ນ: 72km / h

7 ໃຫ້ h_a, h_b ແລະ h_c ແມ່ນລວງສູງທີ່ຂີດຈາກຈອມ A, B ແລະ C ຂອງຮູບສາມແຈ ABC ຕາມລຳດັບ ແລະ r ແມ່ນລັດສະໝີຂອງວົງມົນຕິດໃນຮູບສາມແຈດັ່ງກ່າວ. ຈົ່ງພິສູດວ່າ: $\frac{1}{r} = \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}$



ເອົາຮູ້ວ່າ

$$S = \frac{1}{2}a \times h_a \quad \text{ຫຼື} \quad \frac{1}{h_a} = \frac{1}{2S}a \quad (1)$$

$$S = \frac{1}{2}b \times h_b \quad \text{ຫຼື} \quad \frac{1}{h_b} = \frac{1}{2S}b \quad (2)$$

$$S = \frac{1}{2}c \times h_c \quad \text{ຫຼື} \quad \frac{1}{h_c} = \frac{1}{2S}c \quad (3)$$

ເອົາ (1)+(2)+(3) ເອົາໄດ້ $\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{2S}(a+b+c)$

$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{p}{S} \quad \text{ແລະ ຮູ້ວ່າ} \quad S = p \times r \Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{p}{S}$$

ດັ່ງນັ້ນ: $\frac{1}{r} = \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}$

8 ໃນຮູບສາມແຈສາກ ABC ສາກຢູ່ B ເມັດ D, E ແລະ F ບັນຈຸຢູ່ຂ້າງ AB, AC ແລະ BC ຕາມລຳດັບ ເຊິ່ງວ່າ: AD = AE ແລະ CF = CE. ຈົ່ງຊອກຫາ ຄ່າວັດແທກຂອງມູມ \widehat{DEF}

ວາງ $\widehat{AED} = p$ ແລະ $\widehat{CEF} = q$, ເວລານັ້ນເຮົາມີ

$$180^\circ = p + q + x = \frac{180^\circ - A}{2} + \frac{180^\circ - C}{2} + x = 180^\circ + x - \frac{A + C}{2}$$

$$180^\circ = 180^\circ + x - \frac{90^\circ}{2} \Rightarrow x = 45^\circ$$

